

教师资格考试标准预测试卷
数学学科知识与教学能力（初级中学）
卷（六）~（十）
(科目代码:304)

目 录

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(六) (1)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(七) (7)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(八) (13)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(九) (18)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(十) (25)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(六)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^5 + 5^x}$ 的值为()。

- A. 0
B. $+\infty$
C. 5
D. $\ln 5$

2. 直线 $l_1: \begin{cases} x + 2y - z = 7, \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$ 与直线 $l_2: \begin{cases} 3x + 6y - 3z = 8, \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ 的关系是()。

- A. $l_1 \perp l_2$
B. l_1 与 l_2 相交但不垂直
C. $l_1 \parallel l_2$
D. l_1 与 l_2 是异面直线

3. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 满足 $ABA^* = 2BA^* + E$, 其中 A^* 为 A 的伴随矩阵, E 是单

位矩阵, 则 $|B| = ()$ 。

- A. $\frac{1}{10}$
B. $\frac{1}{9}$
C. $\frac{1}{8}$
D. $\frac{1}{7}$

4. 设随机变量 ξ 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 下列命题正确的是()。

- (1) $P(|\xi| < a) = P(|\xi| < a) + P(|\xi| = a) (a > 0)$;
(2) $P(|\xi| < a) = 2\Phi(a) - 1 (a > 0)$;
(3) $P(|\xi| < a) = 1 - 2\Phi(a) (a > 0)$;
(4) $P(|\xi| < a) = 1 - P(|\xi| > a) (a > 0)$ 。

- A. (2)(4)
B. (3)(4)
C. (1)(2)(4)
D. (1)(2)(3)(4)



5. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3$ 正定, 则数 a 的取值应满足()。

- A. $a > 9$ B. $-3 < a < 3$
C. $3 \leq a \leq 9$ D. $a \leq -3$

6. 下列命题正确的个数是()。

- (1) 若 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导;
(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 则 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数;
(3) “函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导” 是 “函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可微” 的充要条件;
(4) 若 $f(x)$ 是 (a, b) 上的连续函数, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上可积;
(5) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有界, 且只有有限个间断点, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积。

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

7. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》提出了数感、符号意识、空间观念等10个核心概念, 以下不属于这10个核心概念的是()。

- A. 几何直观 B. 推理能力
C. 函数思想 D. 应用意识

8. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》中有两类行为动词: 一类描述结果目标的行为动词, 另一类描述过程目标的行为动词, 其中“在理解的基础上把对象用于新的情境”属于()。

- A. 了解 B. 理解
C. 掌握 D. 运用

二、简答题(本大题共5小题, 每小题7分, 共35分)

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \cos x + b, & x < 0, \\ a, & x = 0, \\ \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 试确定常数 a, b 的值。

10. 求与平面 $x - 4z = 3$ 和 $2x - y - 5z = 1$ 的交线平行且过点 $(-3, 2, 5)$ 的直线 l 的方程。

11. 设矩阵 $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & y \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, 若 $MN = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$, 求矩阵 M 的逆矩阵 M^{-1} 。

12. 在初中阶段, 数据分析主要是用平均数、中位数、众数表示数据的集中程度, 用极差、方差、标准差表示数据的离散程度。请简要分析在教学加权平均数时需注意的问题。

13.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出：“符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得出的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式”。请简要分析如何培养学生的符号意识。

三、解答题(本大题共1小题,10分)

14. 设 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数,且对于满足 $\int_a^b g(x) dx = 0$ 的任意连续函数 $g(x)$,都有 $\int_a^b f(x)g(x) dx = 0$,证明:存在 $\xi \in [a, b]$,使得 $f(x) = f(\xi)$ 恒成立。

四、论述题(本大题共1小题,15分)

15. 合情推理包括归纳推理和类比推理,请举例说明归纳推理和类比推理在数学教学中的运用,并论述二者之间的关系。

五、案例分析题(本大题共 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 以下是“一元一次方程的应用”一课的教学片段。

师:在小学算术中,我们学习了用算术方法解决实际问题的相关知识,那么,一个实际问题能否用一元一次方程来解决呢?如果能的话,怎样解决?用一元一次方程解应用题与用算术方法解应用题相比较,它有什么优越性呢?

学生思考片刻,教师板书例题。

例 1:某数的 3 倍减去 2 等于这个数与 4 的和,求这个数是多少?

师:我们首先用算术方法求解。

生: $(4 + 2) \div (3 - 1) = 3$ 。

学生回答,教师板书。

师:我们再用代数方法来做一做。

生:设这个数为 x ,则有 $3x - 2 = x + 4$ 。解得这个数为 3。

师:同学们觉得哪一种方法更简单呢?

(预设) 学生齐声回答:用代数方法更简单。

师:我们知道方程是一个含有未知数的等式,而等式表示了一个相等关系,因此对于任何一个应用题中的条件,应首先从中找出一个等量关系,然后再将这个等量关系用方程表示。本节课,我们就通过实际问题来探索怎样寻找一个等量关系,并把这个等量关系转化为一元一次方程的方法和步骤。

根据以上材料,回答下列问题:

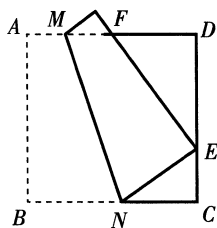
(1) 请你分析该教学片段的设计意图是什么,并谈谈本节课的教学目标是什么。(8 分)

(2) 简述如何做好小学与初中衔接内容的教学。(12 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17.《义务教育数学课程标准(2011 年版)》在课程内容中要求:创新意识的培养是现代数学教育的根本任务,应体现在数学教与学的过程之中,学生自己发现问题和提出问题是创新的基础;独立思考、学会思考是创新的核心;归纳概括得到猜想和规律,并加以验证是创新的重要方法。

素材:如图所示,将正方形纸片 $ABCD$ 折叠,使 B 点落在 CD 边上一点 E (不与 C, D 重合),压平后得到折痕 MN 。



问题:

(1) 结合题目素材,试根据点 E 在 CD 上的位置变化,设置适当条件,编制一道数学题目;(不要求解答)(10 分)

(2) 结合(1),试以提出问题为主线进行“探究式”解题教学,撰写一份培养学生观察与发现、归纳与推理能力的教学过程设计。(只需写出教学过程,突出探究的方法与问题即可)(20 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(七)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$ 的敛散性是()。

- A. 条件收敛 B. 绝对收敛
C. 发散 D. 无法判别

2. 当 $n \rightarrow \infty$ 时,下列无穷小量阶数最高的是()。

- A. $\frac{1}{n}$ B. $\sqrt[n]{n} - 1$
C. $1 - \cos \frac{1}{n}$ D. $\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

3. 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 且向量 $\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{bmatrix}$ 是 A^{-1} 的特征向量,则常数 $k =$ ()。

- A. 1 B. -2
C. -1 D. 1 或 -2

4. 方程 $y^2 = 2 - x$ 表示的空间曲面为()。

- A. 球面 B. 旋转双曲面
C. 圆锥面 D. 抛物柱面

5. 某人在每天上班途中要经过 4 个设有红绿灯的十字路口。设每个路口遇到绿灯的事件是相互独立的,且红灯持续 20 秒,而绿灯持续 30 秒。则他在途中遇到绿灯的次数的方差为()。

- A. 0.24 B. 0.6 C. 0.96 D. 0.85

6. 已知方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$ 有无穷多解,则有()。

- A. $\lambda = 0$ B. $\lambda = 1$
C. $\lambda = -1$ D. $\lambda \neq 1$

7. 三角形外接圆的画法依据是()。

- A. 三角形内角的平分线到角的两边距离相等
- B. 线段的垂直平分线上任意一点到线段两端的距离相等
- C. 三角形内角的平分线上任意一点到角的两边距离相等
- D. 线段的垂直平分线到线段两端的距离相等

8. 课程总目标包含 ① 知识与技能;② 过程与方法(或数学思考和问题解决);③ 情感态度与价值观(或情感态度) 等具体目标。其中正确的是()。

- A. ①②③
- B. ①②
- C. ②③
- D. ①③

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

(1) 计算行列式 $|A|$; (3 分)

(2) 当 a 为何值时,方程组 $Ax = b$ 有无穷多解,并求其通解。(4 分)

10. 某单位 6 名员工借助互联网开展工作,每名员工上网的概率都是 0.5,且是否上网相互独立。

(1) 求至少 3 人同时上网的概率;(3 分)

(2) 至少几人同时上网的概率小于 0.3。(4 分)

11. 在以 O 为原点的空间直角坐标系中,点 A, B, C 的坐标依次为: $(-2, 1, 4), (-2, 2, 6), (-1, 3, 3)$ 。

(1) 求三角形 ABC 的面积;(3 分)

(2) 求四面体 $O - ABC$ 的体积。(4 分)

12. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》对利用不等式解决实际问题的要求是:能够根据具体问题中的数量关系列出一元一次不等式,解决简单的问题。请简要分析如何进行这节课的教学。

13. 请举例分析命题教学的一般环节。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 设有直线 l_1 和 l_2 的方程分别为:

$$l_1: \frac{x+2}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+9}{8}, l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+4}{12}.$$

- (1) 证明 l_1 与 l_2 异面;(2 分)
- (2) 求两直线之间的距离;(2 分)
- (3) 求与两直线距离相等的平面方程;(3 分)
- (4) 求与两直线都垂直相交的直线方程。(3 分)

四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15. 通过各种载体增强学生的数学应用意识,可以有效地激发学生将数学知识应用于实践的积极性,提高他们利用数学知识解决问题的能力。函数作为一种重要的数学模型,用函数模型解决实际问题可以建立的模型是多种多样的。请说明如何建立函数模型以解决实际问题。

五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. 某校的初二年级数学教师针对“平行四边形的性质”这一课题,拟定了如下教学目标及教学思路。

教学目标:

- ① 掌握平行四边形的对边相等、对角线互相平分的性质,体会平行四边形的中心对称性;
- ② 体会平移、旋转等图形变换在研究平行四边形及其性质中的应用,提高推导、论证能力和逻辑思维能力;
- ③ 在操作探究等数学活动中,增强交流与合作意识。

教学思路:

首先,播放幻灯片,让学生观看图片,体会平行四边形在日常生活中的广泛应用,并给出平行四边形的定义。

然后,利用多媒体动画,并结合学生的学具进行实际操作,从动画的旋转过程中得出平行四边形的相关性质,即平行四边形是中心对称图形;平行四边形对边相等、对角相等;推导得出平行四边形的对角线互相平分,视学生的理解情况而定。

最后,通过理论推导证实平行四边形的性质,在练习中注意规范学生的说理过程。

根据上述材料,回答下列问题:

- (1) 对该教师拟定的教学目标进行评析;(5分)
- (2) 你觉得该教师的教学思路有哪些不足之处;(5分)
- (3) 简要分析怎样培养学生的空间观念。(10分)

六、教学设计题(本大题共1小题,30分)

17. 下面是《义务教育教科书(人教版)·数学七年级上册》中的内容,据此回答下列问题。

1.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处 O 出发,分别向东、西方向行驶 10 km,到达 A, B 两处(图 1.2 - 6)。它们的行驶路线相同吗? 它们的行驶路程相等吗?

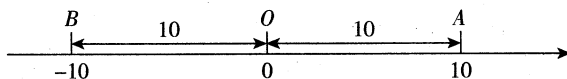


图 1.2 - 6

一般地,数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫作数 a 的绝对值(absolute value),记作 $|a|$ 。例如,图 1.2 - 6 中 A, B 两点分别表示 10 和 -10,它们与原点的距离都是 10 个单位长度,所以 10 和 -10 的绝对值都是 10,即

$$|10| = 10, |-10| = 10$$

显然 $|0| = 0$ 。

由绝对值的定义可知:

一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;0 的绝对值是 0。即

- (1) 如果 $a > 0$, 那么 $|a| = a$;
- (2) 如果 $a = 0$, 那么 $|a| = a$;
- (3) 如果 $a < 0$, 那么 $|a| = -a$ 。

练习

1. 写出下列各数的绝对值:

$$6, -8, -3.9, \frac{5}{2}, -\frac{2}{11}, 100, 0。$$

2. 判断下列说法是否正确:

- (1) 符号相反的数互为相反数;
- (2) 一个数的绝对值越大,表示它的点在数轴上越靠右;
- (3) 一个数的绝对值越大,表示它的点在数轴上离原点越远;
- (4) 当 $a \neq 0$ 时, $|a|$ 总是大于 0。

3. 判断下列各式是否正确:

$$(1) |5| = |-5|; \quad (2) -|5| = |-5|; \quad (3) -5 = |-5|。$$

问题:

- (1) 学生学习绝对值这一节内容的知识背景;(6分)
- (2) 写出这节课的教学重难点;(6分)
- (3) 设计教学过程。(18分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(八)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设 $f(x)$ 为连续函数,且 $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{\ln x} f(t) dt$, 则 $F'(x) = (\quad)$ 。

- A. $\frac{1}{x}f(\ln x) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$ B. $\frac{1}{x}f(\ln x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$
 C. $\frac{1}{x}f(\ln x) - \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$ D. $f(\ln x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$

2. 直线 $l: \begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$, 与平面 $x - y + 2z + 1 = 0$ 的夹角 θ 是()。

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

3. 已知线性方程组 $AX = K\beta_1 + \beta_2$ 有解, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, $\beta_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\beta_2 =$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$, 则 K 等于()。

- A. 1 B. -1
 C. 2 D. -2

4. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则随着 σ 的增大, 概率 $P\{|x - \mu| < \sigma\}$ 应该()。

- A. 单调增大 B. 单调减少
 C. 保持不变 D. 增减不变

5. 下列数列收敛的是()。

- A. $\{(-1)^n\}$ B. $\left\{\frac{1}{n+1}\right\}$ C. $\{n^2\}$ D. $\left\{\frac{n^2+1}{2n}\right\}$

6. 曲线 $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1 (a > 0, b > 0)$ 和两坐标轴所围成的面积是()。

A. $\frac{ab}{3}$

B. $\frac{ab}{4}$

C. $\frac{ab}{5}$

D. $\frac{ab}{6}$

7. 刘徽在注释《九章算术》的过程中,提出了许多创造性的见解,值得一提的是,他创造性地发展了极限思想并加以灵活运用,其例子是()。

A. 割圆术

B. 解体用图

C. 盈不足术

D. 齐同变换

8. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》指出,信息技术的发展对数学教育的价值、目标、内容以及教学方式产生了很大影响。下列说法正确的是()。

A. 现代信息技术可以完全替代原有的教学手段

B. 在应用现代信息技术时,教师不需要课堂教学板书设计

C. 现代信息技术真正价值在于实现原有的教学手段难以达到甚至达不到的效果

D. 现代信息技术的应用不利于培养学生的几何直观

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 某市旅游局为了了解游客情况,针对情况制定策略,在某月中随机抽取甲、乙两个景点各 10 天的游客数,统计得到茎叶图如下:

甲		乙
9 8	10	9
3 2	11	4 5 8
7 3	12	4 5 6
8 6	13	3 5
6 5	14	1

(1) 若将图中景点甲中的数据作为该景点较长一段时期内的样本数据,以每天游客人数频率为概率 P 。今从这段时期内任取 4 天,记其中游客数超过 130 人的天数为 ξ ,求 $P(\xi \leq 2)$; (3 分)

(2) 现从上图 20 天的数据中任取 2 天(甲、乙各 1 天),记其中游客数不低于 125 且不高 135 人的天数为 η ,求 η 的分布列和数学期望。(4 分)

10. 设曲面方程为 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$, 求过点 $(3, -2, 4)$ 的切平面方程。

11. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 和 $B = \begin{bmatrix} 6 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$ 相似, 求 a, b 的值, 并求可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = B$ 。

12. 给出“有理数”和“实数”的概念, 说出二者概念之间的关系, 并进一步举例说明。

13. 简述在教与学的活动中,教师的引导作用应该如何体现。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 设 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ 为数域 P 上 4 维线性空间 V 的一个基, V 上的一个线性变换 σ 在这个基

下的矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, 求 σ 的核 $\sigma^{-1}(0)$ 与 σ 的秩。

四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15. 类比思想是一种重要的数学思想,不仅可以在很多知识的理解与掌握上发挥作用,在解决很多实际问题时,这种数学思想的作用也能够很好地得到体现。请谈谈在教学过程中,类比思想对数学学习有哪些帮助?

五、案例分析题(本大题共 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 下面是数学教师王老师在一节习题课上的教学片段。

师:下面大家看这道题。(黑板上出示题目:化简 $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 。)大家思考一分钟。

(学生思考后)

师:谁来说一下怎么化简?

学生 A:老师,我的想法是分母有理化,分子分母同乘 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$,分母就化成了 $a-b$ 。

师:很好,说明你已经熟练掌握分母有理化的一般方法。把你的化简过程写在黑板上。

师:大家想想有没有其他做法。

学生 B:老师,这道题也可以这样做:将分子因式分解, $a-b=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$,然后再约分。

师:你的思维已经转向了分子,又联想到因式分解,很好! 把你的化简过程也写在黑板上。

师:好的,两位同学的解法都写在黑板上了,大家比较两种解法,给大家一分钟思考时间,看这两种解法都正确吗?

问题:

(1) 判断学生 A 和学生 B 的解法正确吗? 并说明理由;(8 分)

(2) 如果你是王老师,请完成后续的教学。(12 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17.“分式”是初中教学中必不可少的内容,是对分数的进一步抽象。学生已经学习了分数、整式的运算,而本节课的学习将为后面学习分式的运算、解分式方程奠定基础。本节对学生的要求是①了解分式的概念;②明确分式和整式的区别;③学会判断分式何时有意义。

请根据题干完成下列教学设计:

(1) 本节课的教学重难点是什么?(5 分)

(2) 请设计本课的课题引入片段并说明设计意图;(10 分)

(3) 为落实上述教学目标,结合(2)设计一个教学片段。(15 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(九)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, 则 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的()。
 - A. 连续点
 - B. 跳跃间断点
 - C. 第二类间断点
 - D. 可去间断点
2. 已知曲面方程为 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y + 6z = 10$, 则过点 $(5, -2, 1)$ 的切平面方程为()。
 - A. $2x + y + 2z = 0$
 - B. $2x + y + 2z = 10$
 - C. $x - 2y + 6z = 15$
 - D. $x - 2y + 6z = 0$
3. 在空间直角坐标系中, 向量 α, β, γ 的坐标依次为 $(1, 0, -1), (1, -2, 0), (-1, 2, 1)$, 则 $(3\alpha + \beta - \gamma) \times (\alpha - \beta + \gamma)$ 的坐标为()。
 - A. $(16, 4, 16)$
 - B. $(16, -4, 16)$
 - C. $(-16, 4, 16)$
 - D. $(16, 4, -16)$
4. 已知 $2n$ 阶行列式 D 的某一行元素及其余子式都等于 a , 则 D 等于()。
 - A. 1
 - B. 0
 - C. a^2
 - D. $-a^2$
5. 设随机变量 X 的分布律为: $P(X = k) = \frac{kc}{N}, k = 1, 2, \dots, N$, 则 $c =$ ()。
 - A. $\frac{1}{N}$
 - B. $\frac{1}{N+1}$
 - C. $\frac{2}{N}$
 - D. $\frac{2}{N+1}$
6. 若线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + (\lambda + 1)x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + (\lambda + 1)x_3 = 2 \end{cases}$$
 有唯一解, 则()。
 - A. $\lambda = 1$
 - B. $\lambda \neq 1$
 - C. $\lambda = 2$
 - D. $\lambda \neq 2$

11. 设实对称矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^T A Q$ 为对角矩阵。

12. 请以“相似三角形”为例, 简述数学课堂教学导入的两种方法。

13. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》将数据随机作为数据分析观念的内涵之一。请举例阐述数据随机的含义。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 在 P^3 中,求由基 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 到基 η_1, η_2, η_3 的过渡矩阵,其中

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = (1, 0, 0)^T, \\ \varepsilon_2 = (0, 1, 0)^T, \\ \varepsilon_3 = (0, 0, 1)^T, \end{cases} \begin{cases} \eta_1 = (1, 1, -1)^T, \\ \eta_2 = (0, 2, 1)^T, \\ \eta_3 = (1, 1, 4)^T. \end{cases}$$

是否存在一非零向量 ζ ,使它在基 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 和基 η_1, η_2, η_3 下有相同的坐标。若存在,求出该向量的坐标;若不存在,说明理由。

四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15.《义务教育数学课程标准(2011 年版)》提出了“四基”,包括基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。请结合教学实际谈谈如何积累学生的数学活动经验。

五、案例分析题(本大题共 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. “探索等腰三角形的性质”的教学片段:

(一) 创设情境,引出课题

教师活动:现在农村经济条件好了,大部分家庭盖有楼房。大家知道农村的楼房都有房梁,并且这些房梁都保持水平状态,你知道木匠师傅采用什么方法来确定房梁是否保持水平吗?

学生活动:学生思考。学生 1:用水平尺。学生 2:用铅垂线,使房梁与铅垂线互相垂直。学生 3:木匠师傅用眼睛估计。……

教师活动:教师肯定以上学生的回答,同时指出学生 3 凭估计来判断,总是令人不放心,不能花上几万元,造出的房子是一高一低的。

现在有这样一种方法,不知道这根房梁能否保持水平?

如图 1,房梁上放一把三角尺(等腰直角三角形),从顶点 A 挂一条铅垂线,使线经过三角尺斜边的中点 O 。

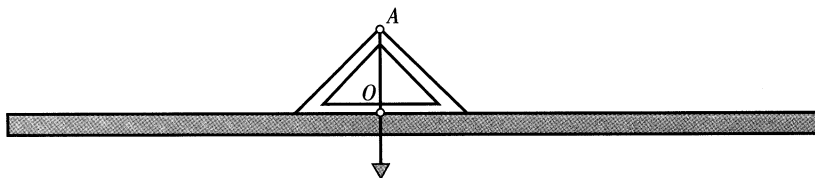


图 1

我们学习了本节课的内容,就能解决这类问题。然后引出课题:等腰三角形。

(二) 实验操作,探究规律

教师发给每位学生一张方格纸、一张白纸。

活动一:在方格纸上画出等腰三角形

方格纸上学生画出各种等腰三角形(锐角等腰三角形、钝角等腰三角形、等腰直角三角形)。

活动二:等腰三角形的概念

根据方格纸所画的等腰三角形,说出等腰三角形的腰、底边、顶角、底角的概念。

并给出等边三角形的概念:三条边相等的三角形是等边三角形。同时在概念的基础上理解等腰三角形与等边三角形的关系。

活动三:一张白纸,如何折出一个等腰三角形

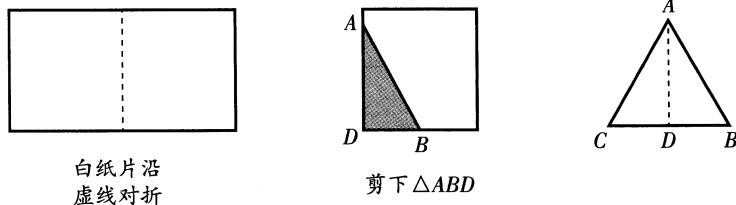


图 2

思考:这样折出的 $\triangle ABC$ 为什么就是等腰三角形呢?

活动四:等腰三角形除了有两边相等外,还有其他什么结论?(学生小组讨论)

由于等腰三角形是轴对称图形,把 $\triangle ABC$ 对折,使两腰 AB, AC 重叠,则折痕 AD 就是对称轴,因此可以得出一系列等腰三角形的性质。

(三) 尝试应用,体现成功

尝试练习一:

- (1) 如果等腰三角形的一个底角为 50° ,则其余两个角为_____和_____;
- (2) 如果等腰三角形的顶角为 80° ,则它的一个底角为_____;
- (3) 如果等腰三角形的一个外角为 70° ,则它的三个内角为_____;
- (4) 如果等腰三角形的一个外角为 100° ,则它的三个内角为_____;
- (5) 等边三角形的一个内角为_____,为什么?

尝试练习二:

如图 1,房梁上放一把三角尺(等腰直角三角形),从顶点 A 挂一条铅垂线,使线经过三角尺斜边的中点 O 。这根房梁是否保持水平呢?为什么?

根据以上教学过程回答下列问题:

- (1) 分析导入环节的设计意图;(5 分)
- (2) 针对“实验操作,探究规律”环节的四个活动,分析设计意图;(5 分)
- (3) 结合本教学案例,请对该教师的授课谈谈你的看法和意见。(10 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17. 在学习了角平分线的性质定理之后,某教师设计了一节习题课的教学目标:

- ① 进一步理解角平分线的性质;
- ② 能够灵活地运用角平分线的性质来解决数学问题;
- ③ 会运用角平分线尺规作图并解决实际问题。

他的教学过程设计中包含了下面的两道例题。

例题 1:如图 1, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$,求证: $AC + CD = AB$ 。

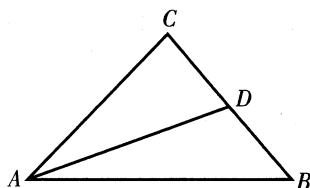


图 1

例题 2:如图 2,规划在城市 A, B, C 之间的三角区 M 建设一个物流中转中心,使它到公路 AB, AC, BC 的距离相等,试画图求出物流中心的建设位置。

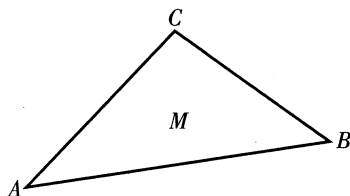


图 2

针对上述材料,完成下列任务:

- (1) 结合该教师的教学目标,分析例题 1 和例题 2 的设计意图;(15 分)
- (2) 设计例题 1 的简要教学过程,并给出解题后的小结提纲。(15 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(十)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{x}}, & x > 0, \\ x^2 g(x), & x \leq 0, \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数,则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处()。

- A. 极限不存在
- B. 极限存在但不连续
- C. 连续,但不可导
- D. 可导

2. 设直线 $l: \begin{cases} 2x - y + 10z + 2 = 0, \\ -x - 3y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: 2x + 6y - 4z - 1 = 0$, 则直线 l ()。

- A. 平行于平面 π
- B. 在平面 π 上
- C. 垂直于平面 π
- D. 与平面 π 斜交

3. 对某目标进行 100 次独立射击,假设每次射击击中目标的概率是 0.2,记 X 为 100 次独立射击击中目标的总次数,则 $E(X^2)$ 等于()。

- A. 20
- B. 200
- C. 400
- D. 416

4. 设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + x}{1 + x^2} dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) dx$, $P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin^3 x - \cos^4 x) dx$, 则

有()。

- A. $M < N < P$
- B. $N < P < M$
- C. $M < P < N$
- D. $P < M < N$

5. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 则下列选项中不是矩阵 A 的特征值的是()。

- A. -1
- B. 0
- C. 3
- D. 9

6. 曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的法平面方程是()。

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$

B. $x + 2y + 3z - 6 = 0$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$

D. $x + y + z - 3 = 0$

7. 在某教师设计的“反比例函数的图像和性质”的教学目标中,“通过反比例函数图像画法的全过程,体会无限趋近的思想”属于以下哪一方面的内容?()

A. 知识技能

B. 数学思考

C. 问题解决

D. 情感态度

8. 《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出,对于学生基础知识和基本技能达成情况的评价,必须精准把握课程内容中的要求。下列做法不符合要求的是()。

A. 在设计试题时,应淡化特殊的解题技巧,不出偏怪题

B. 在考试中,几何命题的证明应以“图形的性质”中列出的基本事实和定理作为依据

C. 考查的内容一般应限在必学范围内

D. 选学内容“三元一次方程组”可以列入考试范围

二、简答题(本大题共5小题,每小题7分,共35分)

9. 求由 $y = |\ln x|$ 与直线 $x = \frac{1}{10}, x = 10$ 和 x 轴所围成图形的面积。

10. 袋中有1个红球、2个黑球与3个白球,现有放回地从袋中取两次,每次取一个球,以 X, Y, Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数。

(1) 求 $P\{X = 1 | Z = 0\}$; (3分)

(2) 求二维随机变量 (X, Y) 的概率分布。(4分)

11. 设 $\alpha_1 = (1, 2, -1, -2)^T, \alpha_2 = (1, 1, -1, -1)^T, \alpha_3 = (-1, 0, 1, -1)^T, \beta_1 = (2, 5, -1, -5)^T, \beta_2 = (2, 5, 1, -5)^T, W_1 = L(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), W_2 = L(\beta_1, \beta_2)$ (W_1, W_2 分别表示由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 β_1, β_2 生成的线性空间)。

(1) 求 $W_1 \cap W_2$ 的维度;(3分)

(2) 求 $W_1 \cap W_2$ 的一个基。(4分)

12. 请简述“勾股定理”在中学数学课程中的作用。

13.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出:运算能力是指能够根据法则和运算律正确进行运算的能力。培养运算能力有助于学生理解运算的算理,寻求合理简洁的运算途径解决问题。请谈谈怎样培养学生的运算能力。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 设 V 是 n 维欧氏空间, $\alpha \neq 0$ 是 V 中的一个固定向量, 证明:

(1) $V_1 = \{x \mid (x, \alpha) = 0, x \in V\}$ 是 V 的子空间; (5 分)

(2) V_1 的维数等于 $n - 1$ 。(5 分)

四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中提出,“人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上得到不同的发展”。论述在数学教学中如何理解和实施这一教学理念。

五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

某学校初二年级的数学备课组针对“勾股定理”一课的教学进行讨论,拟定了如下的教学目标:

① 掌握勾股定理的内容,体会数形结合思想;

② 学会运用勾股定理。

为了落实上述教学目标,甲、乙两位教师对此给出了不同的教学思路。

【教师甲】

首先,给大家介绍“赵爽弦图”的内容,板书课题,介绍三角形各边的名称。

然后,提问学生勾股定理的相关知识,给出勾股定理的内容:直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方。

之后,介绍毕达哥拉斯的探索过程,让学生利用“面积法”验证定理内容。

最后,教师给出练习题(在下面的几组边中,找出能构成直角三角形的边长组合:①3,3,3;②3,4,5;③6,4,9;④6,8,10),学生练习。

【教师乙】

先介绍毕达哥拉斯在朋友家的趣事(毕达哥拉斯在朋友家做客时,发现朋友家的地砖图案反映了直角三角形三边的某种数量关系),之后让学生去看地砖图形,结合毕达哥拉斯的探索过程(面积法:利用三角形三边分别构成不同的正方形,通过三个正方形的面积关系找到直角三角形三边的关系)自主探索三边关系,得出猜想。

然后,课件给出赵爽弦图,结合图形介绍“赵爽弦图”的证明过程,证明猜想。

最后,得出结论:直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方。

巩固练习,思考讨论:还有没有不同的方法证明勾股定理的内容?

拓展介绍刘徽的证明方法,使学生感受数形结合,以形证数的思想。

问题:

(1) 对该备课组拟定的教学目标进行评析并给出你设计的教学目标;(8分)

(2) 分析甲、乙两位教师教学思路的特点。(12分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17. 相似三角形的判定定理是初中数学的重要定理之一。教师在教学中,应基于课程标准和实际学情,确定教学目标,实现教学重点,突破教学难点。注重自主探究式教学方式,让学生体会判定定理的形成过程。

针对相似三角形的判定定理,请你完成下列任务:

- (1) 写出相似三角形的判定定理;(5 分)
- (2) 设计一个问题引入片段,并说明设计意图;(5 分)
- (3) 请任选一个判定定理,设计这个定理证明的教学片段,并说明设计意图;(10 分)
- (4) 请设计一道习题,帮助学生理解相似三角形的判定定理,并给出简要的解题过程。(10 分)